Concours EEI - Session 2000

Filière PC

ÉPREUVE DE PHYSIQUE 1

1 - Réalisation d'un champ magnétique à géométrie sinusoïdale

Les bobines représentées figure n°1 sont en série et alimentées par le même courant I_o, les enroulements sont tels que deux bobines consécutives soient parcourues par des courants circulant en sens inverse, la présence du fer, représenté par les zones hachurées, canalise les lignes d'induction de sorte que le champ magnétique B(x) a l'allure d'un créneau alternatif d'amplitude Bo et de période spatiale λ.

Sachant qu'une fonction périodique f(t) de période T se décompose en série de Fourier sous la forme :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi}{T} nt\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi}{T} nt\right)$$

où $\quad a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt \qquad a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t).\cos\left(\frac{2\pi}{T} nt\right)dt \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t).\sin\left(\frac{2\pi}{T} nt\right)dt$

montrer que le développement en série de Fourier du créneau alternatif peut s'écrire :

$$B(x) = a_1.\cos\frac{2\pi}{\lambda}x + a_3.\cos 3.\frac{2\pi}{\lambda}x + ... + a_{2p+1}.\cos\left((2p+1)\frac{2\pi}{\lambda}x\right) + ...$$

et que le terme fondamental a_1 a pour expression:

$$a_1 = \frac{4B_0}{\pi}$$

Par la suite, on ne prendra en compte que le seul terme fondamental, le champ magnétique B(x) se réduira donc à l'expression:

$$B(x) = a_1 \cos\frac{2\pi}{\lambda}x$$

2 - Entraînement d'un cadre conducteur dans un champ à géométrie sinusoïdale.

2-1 Un cadre conducteur fermé sur lui-même est formé de N spires rectangulaires de dimensions a et b (b suivant l'axe Ox et a suivant la direction perpendiculaire à Ox). Il est placé dans l'entrefer, les lignes de champ étant normales au plan du cadre, et entraîné à la vitesse v suivant Ox (à l'instant t, le centre du cadre est à l'abscisse x = v.t).

Dans l'hypothèse où $\frac{b}{\lambda} << 1$, ce qui revient à considérer le champ magnétique localement uniforme sur la surface du cadre, calculer le flux ϕ du champ magnétique à travers le cadre.

2-2 Donner l'expression exacte du flux ϕ et montrer que l'on retrouve l'expression approchée dans le cas où $b \ll \lambda$.
Par la suite, on conservera l'expression approchée.

2-3 Le cadre a pour résistance R et pour inductance L.
On posera $\Omega = \dfrac{2\pi v}{\lambda}$ et $\phi_M = NabB_M$ avec $B_M = a_1$
Exprimer l'intensité du courant i(t) dans le cadre en régime établi.

2-4 Montrer que la force électromagnétique moyenne qui s'exerce sur le cadre a pour expression :

$$< F > = -2\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 \phi_M^2\, R \frac{v}{R^2 + \left(\dfrac{2\pi}{\lambda} Lv\right)^2}$$

préciser son sens, en déduire la puissance développée par l'opérateur qui entraîne le cadre.

2-5 Calculer la puissance moyenne perdue par effet Joule dans le cadre; conclusion.

3 - Réalisation d'un champ magnétique glissant à géométrie sinusoïdale.

On suppose à présent que l'intensité du courant qui alimente les bobines de la figure n°1 est de la forme $I_0 \cos\omega t$.

3-1 Justifier simplement le fait que B_0 devient $B_0 \cos\omega t$ (la fréquence f associée à ω est supposée basse)

3-2 Donner l'expression de B(x,t) en prenant en compte le seul terme fondamental et montrer que B(x,t) peut être considéré comme la superposition de deux ondes progressives circulant en sens inverse appelées "champs glissants".

Pour les applications qui vont suivre, l'onde progressive circulant dans le sens négatif de l'axe Ox doit être supprimée, de manière à obtenir un champ glissant unique dans le sens positif de l'axe Ox.
Ceci sera obtenu de manière statique (sans déplacement de matière) grâce à des courants déphasés de $\dfrac{2\pi}{3}$ dans le temps (appelés courants triphasés) alimentant des bobines décalées de $\dfrac{\lambda}{3}$ dans l'espace.
Dans ce but, les bobines sont réparties en trois groupes (figure n°2). Le premier groupe (pour lequel le numéro d'ordre d'une bobine est 3m + 1) est parcouru par le courant i_1, le second groupe (numéro d'ordre 3m + 2) est parcouru par le courant i_2, le troisième groupe (numéro d'ordre 3m + 3) est parcouru par le courant i_3 et λ représente à présent la distance entre les axes de deux bobines consécutives appartenant au même groupe et parcourues par des courants de même sens.

3-3 On suppose le groupe d'ordre 3m + 1 seul alimenté par le courant continu d'intensité I_o. Le champ magnétique B(x) a l'allure représentée figure n°2 avec l'amplitude B_o. Le développement en série de Fourier est de la forme:

$$B(x) = \sum a_n \cos \frac{2\pi n}{\lambda} x$$

Exprimer a_n et en déduire que le terme fondamental est de la forme:

$$B'_M \cos \frac{2\pi}{\lambda} x$$

puis exprimer B'_M en fonction de B_0.

Dans toute la suite, le champ magnétique B(x) sera représenté par le seul terme fondamental.

3-4 On suppose à présent le groupe 3m + 1 alimenté par le courant $i_1 = I_0 \cos \omega t$, le groupe 3m + 2 alimenté par le courant $i_2 = I_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$ et enfin le groupe 3m + 3 alimenté par le courant $i_3 = I_0 \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$.

Montrer que le champ B(x,t) résultant de l'action combinée des trois courants se réduit à:

$$B(x,t) = \frac{3}{2} B'_M \cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

et interpréter.

Exprimer la vitesse v_o du champ glissant.

Application numérique: f = 50 Hz, λ = 1 m, calculer v_o.

4 - Le moteur linéaire.

4-1 Dans la partie 2, le cadre se déplaçait à la vitesse v dans le champ magnétique sinusoïdal fixe.

A présent, le cadre se déplace à la vitesse v dans le champ glissant dont la vitesse est v_o.

En transposant le calcul de la force moyenne s'exerçant sur le cadre effectué à la question 2-4, donner l'expression de la force moyenne de propulsion du cadre en fonction de sa vitesse v. Cette expression représente la caractéristique mécanique du moteur linéaire.

4-2 Etude de la caractéristique mécanique $\langle F\rangle(v)$.

- Donner l'expression de $\langle F_o\rangle$ au démarrage.
- Donner l'expression v_M de la vitesse pour laquelle la force est maximum.
- Pour quelles valeurs de la vitesse le système fonctionne-t-il en moteur ou en générateur?
- Quelle opportunité présente le fonctionnement en générateur lors de la traction d'un véhicule par un moteur linéaire?
- Tracer la courbe $\langle F\rangle(v)$.

Fin de l'énoncé.

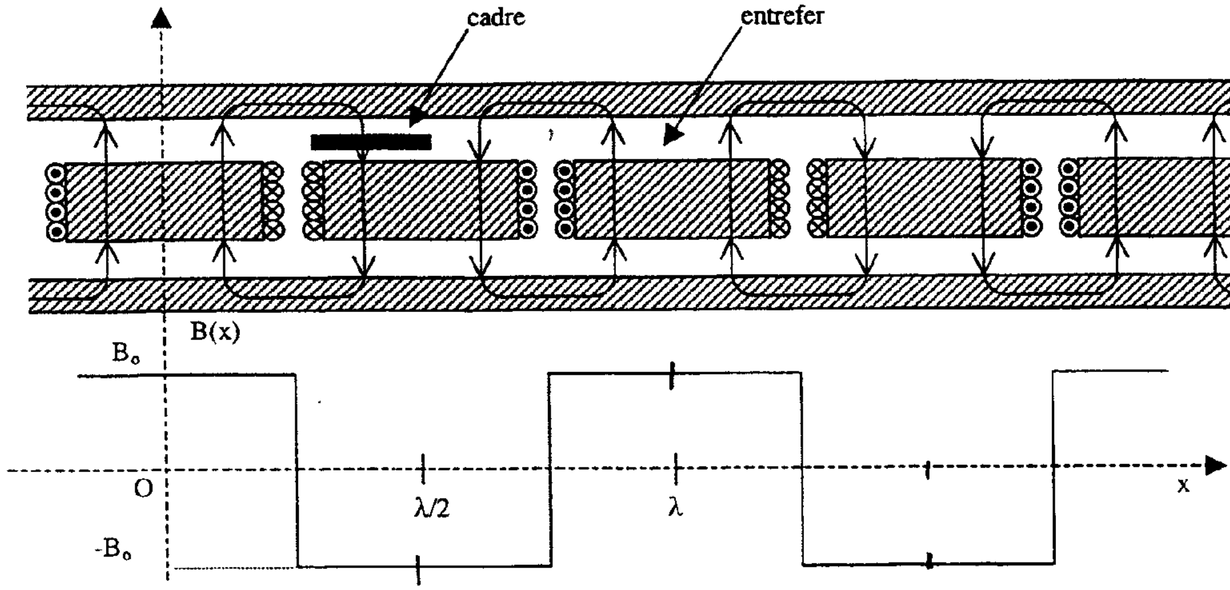

Figure N° 1

N.B.: l'origine O est choisie au centre d'une bobine

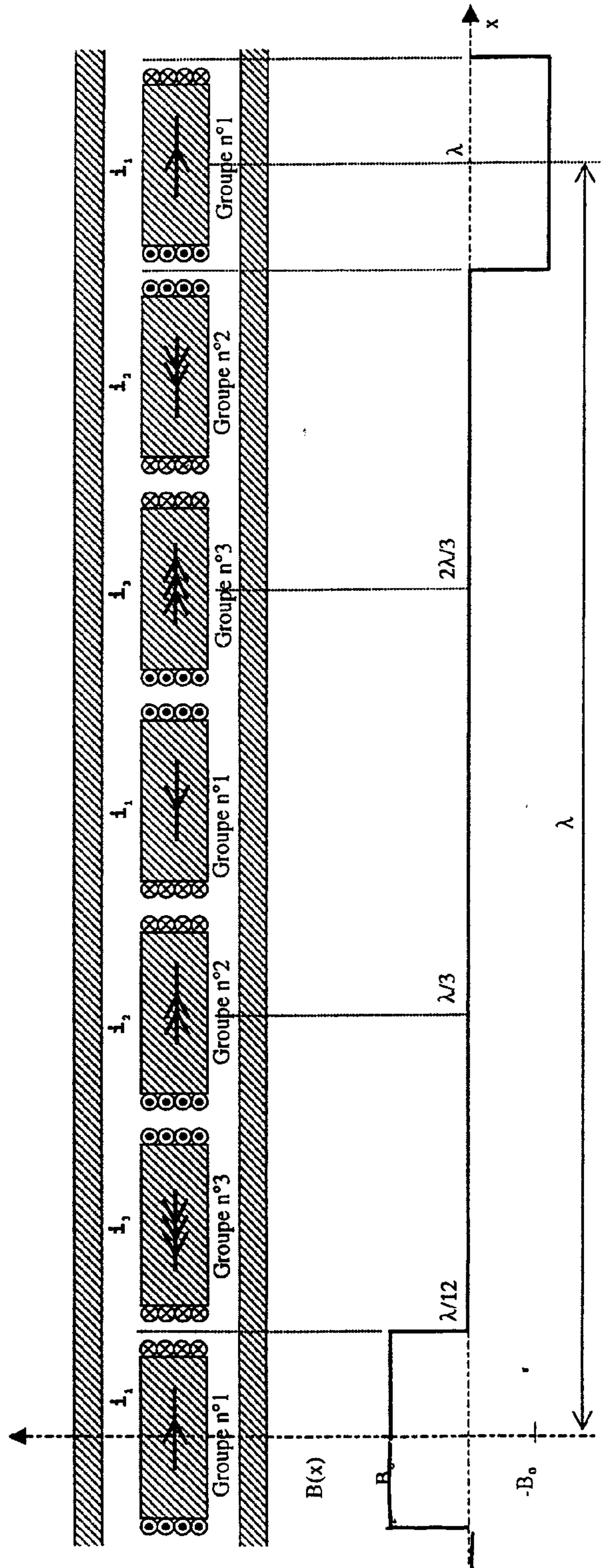
x
Groupe n°1
Groupe n°2
Groupe n°3
Groupe n°1
Groupe n°2
Groupe n°3
Groupe n°1
λ
2λ/3
λ/3
λ/12
λ
B(x)
B₀
-B₀

Figure N°2